# Conversion d'énergie Midterm 2016 Correction

November 1, 2016

## 1 Questions (3 points)

1.	En utilisant le diagramme T-s de l'eau (Figure 1), la quelle de ces expressions est vraie pour un fluide à $400^{\circ}\mathrm{C}$ et 200 bar (20 MPa)?				
	$\boxtimes$ la vapeur est surchauffée, h $\simeq 2800~\mathrm{kJ/kg}.$				
	$\Box$ la vapeur est saturée, h $\simeq 2800~{\rm kJ/kg}.$				
	$\Box$ la vapeur est saturée, s $\simeq$ 8.75 kJ /(kgK).				
	$\square$ la vapeur est surchauffée, s $\simeq$ 8.75 kJ /(kgK).				
2.	En utilisant le diagramme T-s de l'eau (Figure 1), quelle quantité de chaleur spécifique doit $\hat{e}$ tre extraite du système afin de réduire la température de la vapeur de 500°C à 400°C, à pression constante de 200 bar (20 MPa)?				
	$\boxtimes \approx 420 \text{ kJ/kg}.$				
	$\Box \approx 1000 \text{ kJ/kg}.$				
	$\Box \approx 10 \text{ kJ/kg}.$				
	$\Box \approx 0 \text{ kJ/kg}.$				
3.	La surface entourée par une courbe représentant un procédé quasi-statique réversible dans un diagramme T-s est:				
	$\boxtimes$ la chaleur extraite ou absorbée par unité de masse.				
	$\hfill \square$ la chaleur absorbée par unité de masse.				
	$\hfill\Box$ le rendement du cycle.				
	$\hfill\Box$ aucune de ces réponses.				
4.	Un mélange de gaz est détendu de $0.03~m^3$ à $0.06~m^3$ à pression constante p = 1 MPa (10 bar), en absorbant 84 kJ de chaleur. Quelle est la variation d'énergie interne du mélange?				
	⊠ 54 kJ.				
	□ 104 kJ.				
	□ 81 kJ.				

	□ 200 kJ.
5.	Dans un cycle de Rankine, la chauderie fourni $100~\mathrm{MW}$ à la turbine à vapeur puis, cette dernière cède $56~\mathrm{MW}$ au condensateur. Quelle est la puissance fournie à la turbine?
	<ul> <li>⋈ 44 MW.</li> <li>□ 56 MW.</li> <li>□ 156 MW.</li> <li>□ 80 MW.</li> </ul>
6.	Le rapport entre la puissance utile disponible à la turbine hydraulique et la puissance interne transmise par le fluide aux pales est le rendement:
	<ul> <li></li></ul>
7.	Une turbine hydraulique a une vitesse de rotation n = 300 tr/min. L'eau entre dans la roue, à $R_1=0.5$ m, avec une vitesse absolue $c_{u1}=16$ m/s et sort de la turbine à $R_2=0.3$ m, avec une certaine vitesse absolue $c_{u2}$ . Choisissez la valeur de la vitesse absolue de sortie $c_{u2}$ qui maximise le travail spécifique généré par la turbine:
	<ul> <li>⋈ 0 m/s.</li> <li>□ 0.5 m/s.</li> <li>□ 16 m/s.</li> <li>□ 8 m/s.</li> </ul>
8.	Une turbine hydraulique a une vitesse de rotation n = 300 tr/min. L'eau entre dans la roue, à $R_1=0.5$ m, avec une vitesse absolue $c_{u1}=16$ m/s et sort de la turbine à $R_2=0.3$ m. Quel est le travail par unité de masse si $c_{u2}$ =0.5 m/s?
	<ul> <li>≥ 246.5 J/kg.</li> <li>□ 0 J/kg.</li> <li>□ 50 J/kg.</li> <li>□ 112.5 J/kg.</li> </ul>
9.	Laquelle de ces turbines est à action?
	<ul> <li>☑ Pelton.</li> <li>☐ Kaplan.</li> <li>☐ Francis.</li> <li>☐ aucune de ces réponses.</li> </ul>
	—

10.	0. On considère une turbine hydraulique fonctionnant entre deux bassin Nous indiçons avec A le niveau du bassin supérieur et avec B celui d bassin inférieur. La différence entre les énergies des sections A et coïncide avec l'hauteur géodésique quand:					
	<ul> <li>☑ les deux sections A et B sont à la même pression et la vitesse du niveau d'eau des deux bassins est négligeable.</li> <li>☐ la vitesse du niveau d'eau des deux bassins est négligeable.</li> <li>☐ les deux sections A et B sont àà la même pression.</li> <li>☐ la densité du fluide est négligeable.</li> </ul>					
11. La décélération axiale dans le "streamtube" d'une éolienne a lieu:						
	<ul> <li>□ Avant le disque actuateur.</li> <li>□ Après le disque actuateur.</li> <li>⋈ Moitié avant et moitié après le disque actuateur.</li> <li>□ Il n'y a pas de décélération axiale.</li> </ul>					
12.	Quelle, entre les affirmations suivantes concernant le concept de disque actuateur, est fausse:					
	<ul> <li>□ Le débit d'air reste le même le long toute la longueur du streamtube.</li> <li>□ La vitesse de l'air diminuit.</li> <li>□ La pression statique amont et loin aval du disque est égale.</li> <li>☑ Il y a une extraction d'énergie potentielle.</li> </ul>					
13.	Une éolienne a des pales longues 60 $m$ . Elle est frappée par un vent de vitesse égale a 8 $m/s$ . La densité de l'air est de 1.205 $kg/m^3$ . Quelle est la valuer maximale de puissance qu'on peut extraire du vent?					
	□ $21.93 \ kW$ . □ $3.48 \ MW$ . □ $5.11 \ MW$ . ⊠ $2.07 \ MW$ .					
14.	Quelle plage de valeurs peut-il assumer le facteur d'induction de flux axial $a$ sans engendrer des conditions pour lesquelles la théorie de la quantité de mouvement ne s'applique pas?					
	□ a ≥ 0.5 et a ≤ 1. $ ⊠ a ≥ 0 et a < 0.5. $ $ □ a ≥ 0 et a < 1. $ $ □ a ≥ 1.$					
15.	On a un facteur d'induction axiale $a=0.4$ , et une vitesse en amont $U_\infty=12~m/s$ . On definit la vitesse du vent au disque $U_d$ et la vitesse loin en aval $U_w$ . On a que:					
	$□$ $U_d = 7.2 \ m/s \text{ et } U_w = 2.4 \ m/s.$ $□$ $U_d = 2.4 \ m/s \text{ et } U_w = 7.2 \ m/s.$ $□$ $U_d = 7.2 \ m/s \text{ et } U_w = 7.2 \ m/s.$ $□$ $U_d = 12 \ m/s \text{ et } U_w = 2.4 \ m/s.$					

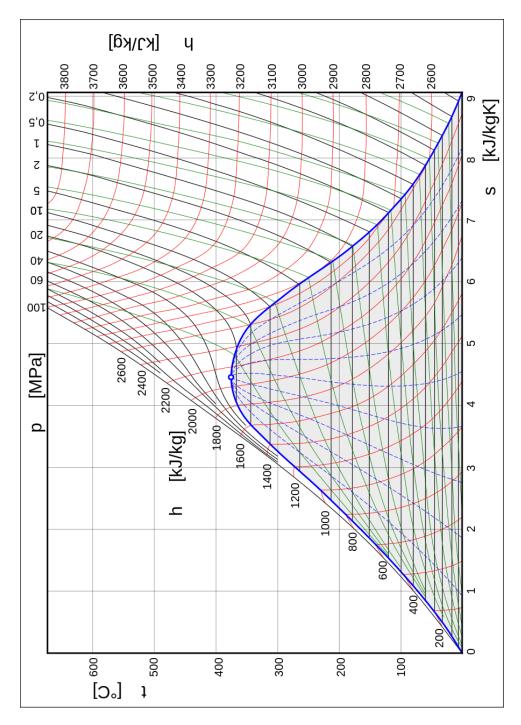


Figure 1: T-s diagramme

#### $\mathbf{2}$ Exercice: Cycle de Brayton (1.5 points)

Dans un cycle d'air standard idéal de Brayton, 5.8 kg/s d'air entre dans le compresseur à 1 bar (0.1 MPa) et 300 K. La pression de sortie du compresseur est de 10 bar (1.0 MPa) et la température maximale du cycle (entrée de la turbine) est de 1400 K. Pour ces conditions:

- 1. Dessiner les principales unités du système (un groupe turbogaz avec un seul arbre rotor).
- 2. Dessiner le cycle sur un diagramme T-s. En prenant comme point 1 l'injection d'air dans le compresseur, comme point 2 la sortie du compresseur, comme point 3 la sortie de la chambre de combustion et comme point 4 la sortie de la turbine.
- 3. Déterminer la pression et la température à chaque stade du cycle.
- 4. Calculer la puissance nécessaire pour la compression, kW.
- 5. Calculer la puissance fournie par la turbine, kW.
- 6. Calculer l'efficacité énergétique du cycle.

#### Données

• Pour une compression isentropique:

$$\begin{pmatrix} \frac{T_2}{T_1} \end{pmatrix} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\delta}$$

$$\delta = \frac{k-1}{k}$$
(2)

$$\delta = \frac{k-1}{k} \tag{2}$$

$$k = \frac{c_p}{c_n} = 1.4.$$
 (3)

• Pour une détente isentropique:

$$\left(\frac{T_4}{T_3}\right) = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\delta} \tag{4}$$

$$\delta = \frac{k-1}{k} \tag{5}$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} = 1.4. (6)$$

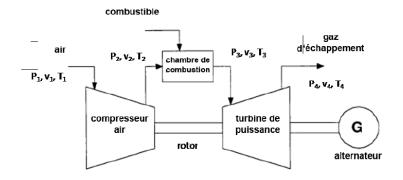
- $\bullet \ \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4}$
- Chaleur spécifique à pression constante de l'air  $c_p = 1.0087 \frac{kJ}{kaK}$ ;
- On connait les enthalpies  $h_2 = 580 \text{ kJ/kg}$  et  $h_3 = 1512 \text{ kJ/kg}$  (avant et après la chambre de combustion).

### Hypothèses

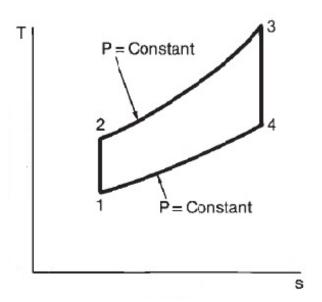
- l'air est assimilable à un gaz parfait;
- les variations des énergies cinétique et potentielle sont négligeables;
- les processus de turbine et de compresseur sont isentropiques;
- $\bullet\,$  la transformation 2-3 (dans la chambre de combustion) est isobare.

#### Solution

1. Groupe turbogaz avec un seul arbre rotor:



2. Cycle de Brayton sur un diagramme T-s:



Les transformations 1-2 et 3-4 sont is entropiques. 3.

$$\begin{split} p_1 &= 1 \ bar, & T_1 &= 300 \ K \\ \delta &= \frac{k-1}{k} = 0.2857 \\ p_2 &= 10 \ bar, & T_2 &= T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\delta} = 579.2 \ K \\ p_3 &= p_2 = 10 \ bar, & T_3 &= 1400 \ K \\ p_4 &= p_1 = 1 \ bar, & T_4 &= T_3 \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\delta} = 725.12 \ K \end{split}$$

4. Transformation 1-2 est une transformation adiabate, donc:

$$W_c = \dot{m}c_p(T_2 - T_1) = 1633 \ kW$$

5. Transformation 3-4 est une transformation adiabate, donc:

$$W_t = \dot{m}c_p(T_3 - T_4) = 3948 \ kW$$

6. L'efficacité est, conformément à la définition:

$$\eta = \frac{W_t - W_c}{Q_E^+} = 42.8\%.$$

$$Q_E^+ = \dot{m}(h_3 - h_2) = 5400 \text{ kW}.$$

On peut aussi utiliser:

$$Q_E^+ = \dot{m}c_p(T_3 - T_2) = 4800 \text{ kW}.$$

Il faut noter que le valeur de  $Q_E^+$  calculé en utilisant les températures est inférieure à celle obtenue en utilisant directement les enthalpies parce que le valeur de  $c_p$  augmente avec la température et est égale à celle donnée (1.0087 kJ/kgK) seulement pour des températures proches de 300 K. Cependant, le deux formulations ont été considérées comme exactes à la fin de l'évaluation.

### 3 Exercice: Turbines éoliennes (1.5 points)

Une turbine éolienne à axe horizontal est caractérisée par la relation  $C_p - \lambda$  discrétisée dans la table ci-dessous et elle a un rayon de 48 m.

- 1. Cette turbine est construite de façon telle que, la puissance extraite du vent est maximisée (par rapport à celle disponible) quand sa vitesse de rotation est de  $0.98 \ rad/s$ . Quelle est la vitesse du vent moyenne  $U_{\infty}$  pour laquelle le fonctionnement est optimal?
- 2. Pour cette vitesse du vent, calculer la puissance extraite par la turbine.
- 3. En cette même condition, la force exercée sur le disque actuateur par le saut de pression est égale à  $85\ kN$ . Donner les vitesses du vent:
  - axiale en correspondance de la turbine  $(U_d)$ ;
  - axiale en aval de la turbine  $(U_w)$ ;
  - tangentielle à l'extrémité des pales et en aval de la turbine  $(U_{tan})$ .

#### Données

- La densité de l'air est de  $1.205 \ kg/m^3$ .
- la relation entre  $C_P$  et  $\lambda$  est definie par la table suivante:

Table 1: Relation entre  $C_P$  et  $\lambda$ 

$\lambda$	$C_P$	$\lambda$	$C_P$	$\lambda$	$C_P$			
1	0,045	6	0,509	10	0,492			
2	0,087	6,5	0,523	11	0,463			
3	0,183	7	0,530	12	0,419			
3,5	0,290	7,5	0,534	13	0,364			
4	0,347	8	0,528	14	0,285			
4,5	0,392	8,5	0,522	15	0,202			
5	0,447	9	0,515					
5,5	0,490	9.5	0,507					

• Les coefficients de puissance et poussée sont donnés rispectivement par:

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^3 A_D} = 4a(1-a)^2 \tag{7}$$

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2 A_D} = 4a(1-a) \tag{8}$$

• Les factuers d'induction axiale et tangentielle sont liés par:

$$a' = \frac{a(1-a)}{\lambda} \tag{9}$$

#### Solution

1. On sait que  $\lambda$  est défini comme  $\frac{\Omega R}{U_{\infty}}$ . On voit du graphique que on a le coefficient de puissance maximal quand  $\lambda=7.5$ . On obtient donc que la vitesse du vent optimale est:

$$U_{\infty} = \frac{\Omega R}{\lambda} = 6.27 \ m/s.$$

2. Pour cette vitesse on calcule la puissance extraite comme:

$$P = \frac{1}{2}c_p \rho U_{\infty}^3(\pi R^2) = 0.574 \ MW$$

3. Le point de l'exercice n'a pas été considéré dans l'assignation des points, comme il contenait une incongruité. De suite est présenté quand même la solution de l'exercice.

En connaissant la force T, il est possible de calculer le coefficient de poussée comme:

$$C_t = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho c_p U_{\infty}^3(A_d)} = 0.4954$$

A partir de ça, il est possible de calculer la valeur du facteur d'induction de flux axiale a comme racine de:

$$a^2 - a - \frac{C_t}{4} = 0$$

Des deux racines obtenues (a=0.855 et a=0.145) seulement celle inférieure de 0.5 est à retenir. Avec ce valeur de a, les vitesses peuvent être calculé comme:

$$U_D = (1 - a)U_{\infty} = 5.36m/s$$
  
 $U_W = (1 - 2a)U_{\infty} = 4.45m/s$ 

La valeur de a peut être trouvé différemment, en utilisant la relation:

$$\frac{C_P}{C_T} = \frac{4a(1-a)^2}{4a(1-a)} = 1 - a$$

Cette méthode est bien légitime, mais donne une a < 0 et en conséquence des vitesses  $U_D$  et  $U_W$  majeures de  $U_{\infty}$ . Ceci est évidemment du a une incongruité dans les valeurs numériques choisi pour les données du problème.